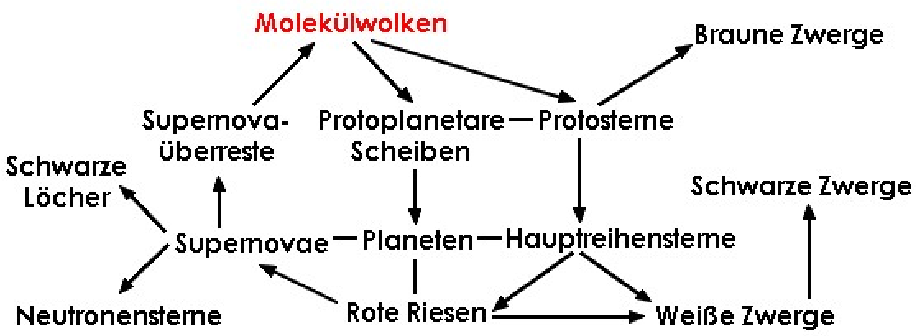
Materiekreislauf

Molekülwolken

Grundlagen aus dem ersten Semester:
06-Sternarten und Sternentwicklung (Seite 4 - 5)
Physikalische Rechenmethoden (Seite 256 - 259)



Molekülwolken sind besonders dichte Zusammenballungen des interstellaren Mediums: In ihnen kommen auf einen cm^3 zwischen 100 und 100 Millionen Moleküle. Zum Vergleich: Im interstellaren Medium gibt es Gebiete, in denen sich auf einem ganzen m^3 nur 10 Atome befinden (zur Molekülbildung kommt es dort fast überhaupt nicht mehr).

Molekülwolken sind in der Astronomie ein wichtiges Thema, weil nur durch den Kollaps von Molekülwolken Sterne entstehen können. Dennoch gibt es gerade beim Kollaps noch viele Unklarheiten. Wir werden uns im Laufe des Skriptums (neben einigen tatsächlichen Eigenschaften von Molekülwolken) einige Formeln herleiten, bei denen noch immer nicht geklärt ist, warum sie nicht mit der Realität übereinstimmen.

Wir werden in unseren Berechnungen wieder einige Näherungen einfließen lassen, die keinen großen Unterschied machen. Beispielsweise werden wir davon ausgehen, dass die Molekülwolke näherungsweise kugelförmig ist, weil sie von allen Seiten gleich viel Material anzieht.

1 Lebenszyklus

In der Frühzeit des Universums (als die kosmische Hintergrundstrahlung erzeugt wurde) war das interstellare Medium beinahe gleichmäßig verteilt. Geringe Dichteunterschiede gab es aber schon damals.

Von den dichteren Gebieten ging etwas mehr Gravitation, als von den dünneren Gebieten aus. Dadurch wurden die dichteren Gebiete immer dichter und die dünneren Gebiete immer dünner. In den dichteren Gebieten verbinden sich die Teilchen mit einer höheren Wahrscheinlichkeit zu Molekülen - Es bilden sich langsam Molekülwolken.

Nach ungefähr 6 Millionen Jahren ist eine Molekülwolke dicht genug, damit es zur Sternentstehung kommen kann (immer vorausgesetzt, die Molekülwolke ist massereicher als die Jeansmasse - siehe später). Durch die Strahlung der Sterne wird die Molekülwolke erwärmt und dehnt sich aus.

Nach durchschnittlich 13 Millionen Jahren ist die Molekülwolke so dünn, dass keine Sternentstehung mehr möglich ist. Weitere 7 Millionen Jahre später hat sich die Molekülwolke vollständig im ISM verteilt.

Da es nicht überall gleich warm war, ist die Verteilung der Moleküle im ISM nicht gleichmäßig und die Gravitation wirkt unterschiedlich - Eine neue Molekülwolke kann entstehen und der Zyklus beginnt von vorne.

2 Energieverhältnis einer stabilen Molekülwolke

Als erstes wollen wir berechnen, wie das Verhältnis zwischen der kinetischen und der potentiellen Energie sein muss, damit die Molekülwolke stabil bleibt. Damit die Wolke stabil ist, muss zu jeder Kraft eine gleich große Gegenkraft wirken, wir können also die Kräfte, die nach innen wirken und die Kräfte, die nach außen wirken an jeder Stelle miteinander gleichsetzen (mit einem Minus, weil sie in entgegengesetzte Richtungen wirken).

$$F_{\text{innen}} = -F_{\text{außen}} \tag{2.1}$$

Betrachten wir nun ein beliebiges infinitesimal kleines Flächenelement A innerhalb der Molekülwolke. Den Abstand des Flächenelements vom Schwerpunkt nennen wir r, die Masse, die weiter innen, als das Flächenelement liegt m.

Nach innen wirkt ausschließlich die Gravitationskraft, allerdings nur von jenen Teilchen, die sich in der Gravitationswolke weiter innen befinden (Die Gravitation der weiter außen liegenden Teilchen zieht die Molekülwolke nach außen, allerdings ist diese Kraft genauso groß wie der Druck dieser Teilchen nach innen, so dass diese Kräfte wegfallen). Laut dem Newton'schen Gravitationsgesetz können wir also einsetzen:

$$F_{\text{innen}} = A\frac{Gm}{r} \tag{2.2}$$

Nach außen wirkt der thermische Druck. Dabei muss man allerdings beachten, dass in den benachbarten Schichten ebenfalls ein Druck herrscht, der sich damit dann ausgleicht. Insgesamt wirkt nach außen also nur die radiale Druckänderung. Wir können einsetzen:

$$F_{\text{außen}} = \frac{dp}{dr} \tag{2.3}$$

Wenn wir das gleichsetzen, erhalten wir:

$$A\frac{Gm}{r} = -\frac{dp}{dr} \tag{2.4}$$

Um die Kräfte nicht nur für ein infinidesimal kleines Flächenelement sondern für die gesamte Molekülwolke auszurechnen, müssen wir zunächst einmal beide Seiten mit $4\pi r^3$ multiplizieren, um auf die Oberfläche der Kugel an der Stelle dieses Flächenelements zu kommen.

$$4\pi AGmr^2 = -4\pi r^3 \frac{dp}{dr} \tag{2.5}$$

Damit wir auf die Kräfte für die gesamte Kugel kommen, müssen wir alle infinitesimal dünnen Oberflächen summieren, wir bilden also das Integral zwischen 0 und R

$$\int_0^R 4\pi AGmr^2 dr = -\int_0^R 4\pi r^3 \frac{dp}{dr} dr \tag{2.6}$$

Auf der linken Seite benutzen wir die Definition für das Kugelschalenmassenelement $dm = 4\pi r^2 A$ um die Gleichung zu vereinfachen

$$\int_0^R Gmdm = E_{pot} \tag{2.7}$$

Auf der rechten Seite verwenden wir die partielle Integration, wobei wir $\frac{dp}{dr}$ integrieren und $4\pi r^3$ ableiten wollen. Wir erhalten:

$$p4\pi r^3\Big|_0^R - 3p\int_0^R 4\pi r^2 dr \tag{2.8}$$

An der Stelle 0 fällt der erste Term weg, denn der Radius bei 0 ist 0. An der Stelle R fällt er ebenso weg, denn hier ist der Druck 0 (Schließlich drückt hier nichts mehr von außen auf die Teile drauf). Der erste Term fällt also vollständig weg.

Um den zweiten Term zu vereinfachen, definieren wir ein Druckmittel. Dieses soll dem durchschnittlichen Druck innerhalb der Molekülwolke entsprechen. Es muss also gelten:

$$\overline{p} = \frac{p_{Ges.}}{V} \tag{2.9}$$

Im Zähler können wir statt dem Gesamtdruck die Druckformel, bei der die Druckfunktion über alle Schalen der Kugel summiert wird, einsetzen und 2.9. mit V multiplizieren. Damit erhalten wir:

$$V\overline{p} = \int_0^R 4\pi r^2 dr \tag{2.10}$$

Auf der rechten Seite steht genau das Integral aus 2.8. In dieser Gleichung können wir also statt der rechten Seite die linke Seite von 2.10. einsetzen. Statt dem Druck können wir den mittleren Druck einsetzen, weil sie im Durchschnitt gleich sind.

$$E_{pot} = -3V\overline{p}^2 \tag{2.11}$$

Als nächstes wollen wir uns die thermische Energie ausrechnen. Dazu gehen wir davon aus, dass die Molekülwolke aus monoatomaren Gasen besteht. Monoatomare Gase sind Gase, die aus lauter gleichen Atomen bestehen. Beispielsweise ist Ozon (O_3) ein monoatomares Gas, weil es nur aus Sauerstoffatomen besteht. Kohlendioxid (CO_2) ist kein monoatomares Gas, weil da zwei Atomsorten drinnen sind: Sauerstoffatome und Kohlenstoffatome.

Für unsere Molekülwolke ist das mit den monoatomaren Gasen eine gute Näherung, weil sie fast ausschließlich aus Wasserstoff besteht (Schließlich hat die Sternentwicklung noch nicht begonnen, sodass noch keine Fusionierung stattgefunden hat). In diesem Fall, kann man die kinetische Energie eines Teilchens mit der Formel

$$E_{kin} = \frac{3}{2}k_B T \tag{2.12}$$

ausrechnen, wobei k_B die Bolzmannkonstante und T die Temperatur darstellt. Um die gesamte kinetische Energie auszurechnen, muss man die kinetischen Energien aller Teilchen summieren.

Um uns die Anzahl der Teilchen in der Molekülwolke auszurechnen, müssen wir die Teilchendichte (n) mit dem Volumen der Molekülwolke (V) multiplizieren. Die gesamte kinetische Energie ist nun die Anzahl der Teilchen mal der kinetischen Energie pro Teilchen.

$$E_{kin} = \frac{3}{2}k_B TnV \tag{2.13}$$

In diese Formel können wir die ideale Gasgleichung

$$p = k_B Tn \tag{2.14}$$

einsetzen und erhalten so

$$E_{kin} = \frac{3}{2}pV \tag{2.15}$$

Da wir den Druck über das gesamte Volumen betrachten, können wir, statt den Druck in jedem Element extra zu betrachten, überall den Mittelwert nehmen

$$E_{kin} = \frac{3}{2}\overline{p}V \tag{2.16}$$

Hier können wir wieder 2.11. einsetzen:

$$E_{kin} = -\frac{E_{pot}}{2} \tag{2.17}$$

An dieser Formel erkennen wir, dass die nach außen wirkende kinetische Energie in einer stabilen Molekülwolke immer doppelt so groß wie die nach innen wirkende potentielle Energie sein muss. Dieses Gesetz nennt man „Virialtheorem“.

3 Jeansmasse

Die Jeansmasse ist die maximale Masse, die eine Molekülwolke besitzen kann. Wenn die Wolke schwerer als die Jeansmasse ist, kann die thermische Energie die Gravitation nicht mehr ausgleichen und es kommt zu einem Kollaps.

Im Fall eines Kollaps verliert die Molekülwolke das thermische Gleichgewicht und die Gravitation nach innen wird stärker als der Druck nach außen. Im Virialtheorem wird die potentielle Energie mehr als doppelt so groß wie die kinetische Energie. Setzen wir wieder die Formeln für die kinetische und die potentielle Energie ein, erhalten wir

$$-\frac{3GM^2}{5R^2} > \frac{3}{2}k_B TnV \tag{3.1}$$

Für das Volumen können wir die Volumsformel der Kugel einsetzen. Damit erhalten wir

$$-\frac{3GM^2}{5R^2} > \frac{4\pi R^2}{2}k_B Tn \tag{3.2}$$

Da wir wissen, dass $5R^2$ und $3G$ größer als Null sind, können wir die Gleichung nach M^2 umformen, ohne das Ungleichheitszeichen zu drehen. Dabei erhalten wir:

$$M^2 > -\frac{10R^4\pi k_B Tn}{3G} \tag{3.3}$$

Wir wissen, dass die Masse das Volumen der Molekülwolke mal der Dichte ist.

$$M = V\rho = \frac{4\pi R^3\rho}{3} \tag{3.4}$$

Durch Umformen dieser Formel nach R erhalten wir

$$R = \sqrt[3]{\frac{3M}{4\pi\rho}} \tag{3.5}$$

Das können wir in 3.3. für den Radius einsetzen.

$$M^2 > -\frac{10(\sqrt[3]{\frac{3M}{4\pi\rho}})^4 \pi k_B T n}{3G} \tag{3.6}$$

Um die Formel zu vereinfachen, potenzieren wir 3.6. hoch 3

$$M^6 > -\frac{1000 \frac{81M^4}{256\pi^4\rho^4} (\pi k_B T n)^3}{27G^3} \tag{3.7}$$

Um den Doppelbruch wegzurechnen, multiplizieren wir oberhalb und unterhalb des Bruchstrichs mit $256\pi^4\rho^4$. Außerdem können wir die Gleichung auf beiden Seiten durch M^4 dividieren und den Bruch durch $216\pi^3$ kürzen.

$$M^2 > -\frac{375(k_B T n)^3}{32G^3\pi\rho^4} \tag{3.8}$$

Durch bilden der Wurzel erhalten wir die Jeansmasse

$$M_{Jeans} = \sqrt{-\frac{375(k_B T n)^3}{32G^3\pi\rho^4}} \tag{3.9}$$

In diese Formel können wir die Konstanten und die Teilchendichte von Wasserstoff einsetzen (Da noch keine Fusionsprozesse stattgefunden haben, besteht die Molekülwolke hauptsächlich aus Wasserstoff). Dabei kommen wir auf einen Wert von

$$M_{Jeans} = \sqrt{\frac{T^3}{\rho}} 8,4x10^{19} kg = \sqrt{\frac{T^3}{\rho}} 4,2x10^{-11} M\odot \tag{3.10}$$

Dieses Ergebnis stimmt jedoch nicht mit der Realität überein: Es gibt Molekülwolken (auch kugelförmige), die viel schwerer als die Jeansmasse sind, aber trotzdem nicht kollabieren. Teilweise kollabieren auch nur Teile einer Molekülwolke, die selber größer als die Jeansmasse sind und es bleibt ein Rest über, der vorerst eine Molekülwolke bleibt. Wenn das Jeanskriterium stimmen würde, wären schon nach ein paar Millionen Jahren alle Molekülwolken so schwer gewesen, dass sie alle kollabiert wären. Dann gäbe es auch keine weiteren Molekülwolken mehr, um die Sternentstehung fortzusetzen.

Derzeit erklärt man sich diesen Fehler damit, dass Magnetfelder und Turbulenzen im Gas zusätzliche Energie erzeugen. Bei anderen Molekülwolken stellt die Jeansmasse eine gute Näherung dar. Hier vermutet man, dass die Magnetfelder ausgedünnt und die Turbulenzen im Gas gedämpft sind, so dass dadurch kaum zusätzliche Energie entsteht.

4 Radius einzelner Teilchen bei einem Kollaps

Als nächstes wollen wir eine Gleichung aufstellen, mit der man sich den Radius r von jedem Teilchen zu jedem beliebigen Zeitpunkt t ausrechnen kann, falls man den Anfangsradius des Teilchens und die Dichte der Molekülwolke gegeben hat. Dabei werden wir zunächst die Reibung und die Stöße der Teilchen untereinander vernachlässigen.

Die Teilchen werden von der Gravitationskraft der Molekülwolke nach innen gezogen, also können wir das Newton'sche Gravitationsgesetz verwenden:

$$F = G\frac{mM}{r^2} \tag{4.1}$$

M ist in diesem Fall nur die Masse des Teils der Molekülwolke, der weiter innen als das Teilchen in der Molekülwolke liegt, denn alle anderen Teile ziehen das Teilchen ja nicht nach innen. Wir können die Formel für die Kraft: $F = ma$ in die Formel einsetzen und erhalten:

$$ma = G\frac{mM}{r^2} \tag{4.2}$$

Diese Formel lässt sich durch m kürzen. Für M können wir die Volumsformel der Kugel mal der Dichte einsetzen:

$$a = G\rho\frac{4\pi r^3}{3r^2} \tag{4.3}$$

Diese Formel kann man durch r^2 kürzen

$$a = G\rho\frac{4\pi r}{3} \tag{4.4}$$

Das ist die Gleichung des harmonischen Oszillators. Schließlich pendelt das Teilchen ohne Einwirkung von Reibung (die wir in unserer Rechnung ja vernachlässigt haben), immer zwischen den zwei gegenüberliegenden Seiten der Oberfläche der Kugel mit Radius r hin und her: Zuerst fliegt das Teilchen wegen der Gravitation in den Schwerpunkt. Dort bleibt es jedoch wegen der Trägheit nicht abrupt stehen, sondern würde mit der gleichen Geschwindigkeit weiterfliegen, wenn nicht die Schwerkraft in die andere Richtung ziehen, und das Teilchen mit der gleichen Beschleunigung verlangsamen würde. Das geht so lange, bis das Teilchen beim selben Radius die Geschwindigkeit Null erreicht und der Vorgang von vorne anfängt.

Da die Beschleunigung die zweite Ableitung des Radius ist, kann man diese Gleichung auch als lineare homogene Differentialgleichung zweiter Ordnung auffassen:

$$\ddot{r} - G\rho\frac{4\pi}{3}r = 0 \tag{4.5}$$

Das charakteristische Polynom ist

$$\lambda^2 - G\rho\frac{4\pi}{3} = 0 \tag{4.6}$$

Durch Ausrechnen von Lambda erhält man

$$\lambda = \pm\sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}} \tag{4.7}$$

Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung lautet also:

$$r(t) = Ae^{t\sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}}} + Be^{-t\sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}}} \tag{4.8}$$

Für die spezielle Lösung benötigen wir noch Randwertbedingungen. Den Radius zum Zeitpunkt Null wollen wir Anfangsradius R nennen und wir wissen, dass die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt Null Null sein muss. Wir erhalten also die Randwertbedingungen

$$r(0) = R \tag{4.9}$$

$$\dot{r}(0) = 0 \tag{4.10}$$

Durch Einsetzen der ersten Randwertbedingung erhalten wir

$$A + B = R \tag{4.11}$$

Um die zweite Randwertbedingung einzusetzen, benötigen wir die Ableitung der Funktion

$$\dot{r}(t) = \sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}}Ae^{t\sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}}} - \sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}}Be^{-t\sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}}} \tag{4.12}$$

Das Einsetzen in die Randwertbedingung ergibt:

$$0 = \sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}}A - \sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}}B \tag{4.13}$$

Wir können jetzt die gesamte Gleichung durch $\sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}}$ dividieren und erhalten so

$$0 = A - B \tag{4.14}$$

$$A = B \tag{4.15}$$

Da A und B laut 4.11. zusammen R ergeben müssen, wissen wir

$$A = B = \frac{R}{2} \tag{4.16}$$

Einsetzen von A und B in die allgemeine Lösung (4.8.) ergibt

$$r(t) = \frac{R}{2}(e^{t\sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}}} + e^{-t\sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}}}) \tag{4.17}$$

Mit Hilfe der Euler'schen Formel können wir dieses Ergebnis weiter vereinfachen:

$$cos(x) = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} \tag{4.18}$$

Für x können wir $-ti\sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}}$ einsetzen und erhalten so

$$cos(-ti\sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}}) = \frac{e^{t\sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}}} + e^{-t\sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}}}}{2} \tag{4.19}$$

Statt der rechten Seite von 4.19. können wir in die spezielle Lösung (4.17.) die linke Seite von 4.19. einsetzen und erhalten:

$$r(t) = Rcos(-ti\sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}}) \tag{4.20}$$

Dass in dieser Formel die imaginäre Einheit i vorkommt, ändert nichts daran, dass für r immer reelle Zahlen herauskommen. Es ist nämlich auch der Cosinus einer komplexen Zahl immer eine reelle Zahl.

5 Frei-Fall-Zeit

Die Frei-Fall-Zeit ist die Zeit, die ein Teilchen benötigt, um in den Mittelpunkt der Molekülwolke zu fallen. Um das auszurechnen, müssen wir in die Bewegungsgleichung nur für den Radius Null einsetzen und die Formel nach t umstellen. Das Einsetzen von $r = 0$ in die Formel liefert:

$$0 = Rcos(-ti\sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}}) \tag{5.1}$$

In dieser Formel können wir auf beiden Seiten durch R dividieren, sodass R wegfällt. Das bedeutet, dass die Zeit, wie lange das Teilchen benötigt, um in die Mitte der Molekülwolke zu gelangen, nicht vom Anfangsradius abhängt. Je weiter draußen sich das Teilchen befindet, desto schneller fällt es, sodass alle Teilchen gleichzeitig im Mittelpunkt ankommen. Auf den ersten Blick erscheint das unsinnig, weil die Gravitation außen schwächer als innen ist, aber die Fallbewegung ist eine beschleunigte Bewegung, was bedeutet, dass die Geschwindigkeit mit zunehmenden Weg größer wird, sodass sich das wieder ausgleicht.

Jetzt wird auch klar, warum die Molekülwolke nur einmal in sich zusammenfällt und nicht (wie es die Formel des harmonischen Oszillators (4.4) nahelegen würde) hin und herschwingt: Alle Teilchen kommen gleichzeitig in der Mitte an und so wird spätestens hier jedes Teilchen zurückgestoßen. Die Gleichung wird nahe des Zentrums also falsch, weil wir dort nicht mehr die Teilchenstöße vernachlässigen können. Bis relativ (im Vergleich zur Größe der Molekülwolke) kurz vorher, können wir diese noch vernachlässigen, sodass unsere Gleichung trotzdem eine gute Näherung ist.

Nach der Division durch R schaut die Gleichung so aus:

$$0 = cos(-ti\sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}}) \tag{5.2}$$

Als nächstes nehmen wir den Arcuscosinus. Dabei erhalten wir auf der linken Seite unendlich viele unterschiedliche Lösungsmöglichkeiten, weil das Teilchen laut Näherung unendlich oft am Mittelpunkt der Molekülwolke vorbeipendelt. Wir setzen die niedrigste positive Lösung ein, weil wir wissen wollen, nach welcher Zeit das Teilchen das erste mal im Schwerpunkt ankommt.

$$\frac{\pi}{2} = -ti\sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}} \tag{5.3}$$

Um die Wurzel und die imaginäre Einheit zu eliminieren, quadrieren wir die Gleichung auf beiden Seiten

$$\frac{\pi^2}{4} = t^2\frac{4\pi G\rho}{3} \tag{5.4}$$

Durch Umformen der Gleichung nach t erhalten wir die Formel für die Frei-Fall-Zeit

$$t_{ff} = \sqrt{\frac{3\pi}{16G\rho}} \tag{5.5}$$

Durch Einsetzen der Konstanten erhalten wir

$$t_{ff} = \frac{280}{\sqrt{\rho}} \text{ Jahre} \tag{5.6}$$

6 Volumen der Molekülwolke bei einem Kollaps

Analog zu der Bewegungsgleichung, die jedem Zeitpunkt einen Radius zuordnet, wollen wir eine Gleichung aufstellen, die jedem Zeitpunkt ein Volumen der Molekülwolke zuordnet. Der Radius der Molekülwolke ist immer durch den Radius des äußersten Teilchens bestimmt. Für das äußerste Teilchen gilt unsere Bewegungsgleichung

$$r(t) = Rcos(-ti\sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}}) \tag{6.1}$$

genauso wie für alle anderen Teilchen auch, nur dass R dann gleichzeitig dem Anfangsradius der Molekülwolke entspricht. Man kann jetzt den Radius des äußersten Teilchens zu jedem Zeitpunkt in die Volumsformel der Kugel einsetzen und erhält damit:

$$V(t) = \frac{4\pi[Rcos(-ti\sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}})]^3}{3} \tag{6.2}$$

In dieser Formel konvergiert das Volumen gegen Null, wenn t gegen die Frei-Fall-Zeit konvergiert. Das stimmt natürlich so nicht, weil wir den thermischen Druck, der nach außen wirkt, vernachlässigt haben. Dennoch ist es eine gute Näherung, weil die Größe eines Sterns im Vergleich zur Größe einer Molekülwolke vernachlässigbar gering ist. (Das Volumen der kleinsten Molekülwolke ist eine Billiarde mal größer als das Volumen des größten Sterns. Wenn der Stern in Wien wäre und einen Radius von einem Meter hätte, würde die Molekülwolke bis nach Bratislava reichen).

7 Drehimpuls

So wie fast alle Objekte im All, drehen sich auch die Molekülwolken. Auch sie haben also einen Drehimpuls. Die allgemeine Formel für den Drehimpuls lautet:

$$\vec{J} = \vec{p}xr = m\vec{v}xr \tag{7.1}$$

Da die Drehimpulserhaltung gilt, muss $\vec{J}$ auch beim Kollaps der Molekülwolke immer gleich groß bleiben. Da der Radius dabei kleiner wird und die Masse erhalten bleibt, bedeutet das, dass die Rotationsgeschwindigkeit bei einem Kollaps immer größer wird.

Um uns auszurechnen, wie stark sich die Geschwindigkeit ändert, setzen wir, wie schon für die Volumsberechnung, für den Radius die Bewegungsgleichung des äußersten Teilchens ein.

$$\vec{J} = m\vec{v}xRcos(-ti\sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}}) \tag{7.2}$$

Umstellen dieser Gleichung nach $\vec{v}$ ergibt

$$\vec{v} = \frac{\vec{J}}{mRcos(-ti\sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}})} \tag{7.3}$$

Man merkt, dass die Geschwindigkeit gegen Unendlich konvergiert, wenn t gegen die Frei-Fall-Zeit konvergiert. Sie konvergiert nicht ganz gegen Unendlich, weil das Volumen nicht ganz gegen Null konvergiert, aber sie wäre auf jeden Fall deutlich größer als die Lichtgeschwindigkeit. Des weiteren wären die Fliehkräfte bei dieser Geschwindigkeit so groß, dass der Stern unmöglich zusammenhalten könnte. (Wenn man die Zahlen einer durchschnittlichen Molekülwolke einsetzt ist die Winkelgeschwindigkeit

10-Millionen mal schneller als die von einem durchschnittlichen Stern).

Es gibt verschiedene Erklärungsansätze, wo der ganze Drehimpuls hin verschwindet. Da gar so viel Drehimpuls verloren geht, treffen wahrscheinlich gleich mehrere Erklärungsansätze zu.

- Ein Erklärungsansatz, der sicher zutrifft, ist, dass der Stern Drehimpuls in die protoplanetare Scheibe abgibt. Später übernehmen die Planeten diesen Drehimpuls
- Die Molekülwolke ist durch Magnetfelder mit ihrer Umgebung verbunden. Bei der Kontraktion bremsen die Magnetfelder die Molekülwolke ab.
- Winde und Jets bremsen die nach der Kontraktion abgeflachte „protostellare Scheibe"
- Die Wolke bricht auseinander, was zu Mehrfachsternsystemen führt. Viel Energie verschwindet in den Orbit der Sterne

8 Kräfteänderung während des Kollaps

Die Kräfte, die auf die Molekülwolke wirken, ändern sich im Laufe des Kollaps sehr stark: Die Gravitation wird stärker, weil die Teilchen immer näher zum Schwerpunkt kommen, gleichzeitig wird auch der thermische Druck stärker, weil die Teilchen immer stärker zusammengedrückt werden. Diese Änderung ist deshalb wesentlich, weil der Kollaps so lange fortgesetzt wird, bis die Kräfte wieder im Gleichgewicht sind.

Dabei werden auch Scheinkräfte wie die Trägheit interessant, weil sie dafür sorgen, dass der Stern nicht sofort im Kräftegleichgewicht stehen bleibt, sondern vorher hin- und herpendelt, bis die Reibung diese Bewegung abgebremst hat.

Die Formel für die Gravitation ist laut Newton'schen Gravitationsgesetz

$$F = G\frac{mM}{r^2} \tag{8.1}$$

Da die Masse der Molekülwolke (aufgrund der Massenerhaltung) und die Gravitationskonstante immer gleich bleiben, bedeutet das, dass die Zunahme der Gravitation $\frac{1}{r^2}$ beträgt.

Für den Druck gilt

$$p = \rho T R_s \tag{8.2}$$

wobei wir für die Dichte die Masse durch die Volumsformel einsetzen, um wieder auf eine r-Abhängigkeit zu kommen.

$$p = \frac{3MTR_s}{4\pi r^3} \tag{8.3}$$

Der thermische Druck nimmt also mit dem Faktor $\frac{1}{r^3}$ zu.

Die Voraussetzung für einen Kollaps war, dass die Gravitationskraft stärker als der Druck ist. Da der Druck jedoch mit kleiner werdendem Radius schneller zunimmt als die Gravitation, ist es nur eine Frage der Zeit, bis sie sich wieder ausgleichen und im thermischen Gleichgewicht sind.

Wenn wir ausrechnen wollen, wie weit die Molekülwolke in sich zusammenfällt, müssen wir die Formeln der beiden Kräfte gleichsetzen. Vor einer der Formeln schreiben wir wieder ein Minus, weil die Kräfte in die entgegengesetzten Richtungen wirken.

$$\frac{3MTR_s}{4\pi r^3} = -\frac{GM}{r^2} \tag{8.4}$$

Diese Gleichung kann man nach r umstellen und erhält so

$$r = -\frac{3TR_s}{4\pi G} \tag{8.5}$$

Durch Einsetzen der Gravitationskonstante und der spezifischen Gaskonstante vom Wasserstoff erhält man

$$r = 1,5x10^{13}T \tag{8.6}$$

Das ist ein Wert der viel größer ist als Sterne tatsächlich sind. Auch diese Formel führt also auf einen Widerspruch.

9 Magnetfelder

Ähnlich wie die Planeten, besitzen auch die Molekülwolken Magnetfelder. Dafür verantwortlich ist die kosmische Strahlung, die dafür sorgt, dass die Molekülwolken elektrisch leitfähig sind. In diesem Fall gilt der sogenannte „Satz des erhaltenen Flusses“: Der magnetische Fluss zwischen mehreren Gasteilchen bleibt immer gleich groß. Dabei spielt es auch keine Rolle, ob sich der Abstand zwischen diesen Teilchen verändert.

Bei der Kontraktion der Molekülwolke nähern sich die Gasteilchen sehr stark aneinander an, der magnetische Fluss zwischen diesen Teilchen bleibt jedoch gleich. Das bedeutet, dass die Magnetfeldstärke, also die magnetische Kraft pro Flächeneinheit, sehr stark zunimmt.

Auch diese Überlegung stimmt nicht mit der Realität überein. Würde diese Überlegung stimmen, müssten die Magnetfelder in einem Stern 100-Millionen mal stärker sein, als sie in den Sonnenflecken, also den Stellen des Sterns mit dem höchsten Magnetfeld, tatsächlich sind.