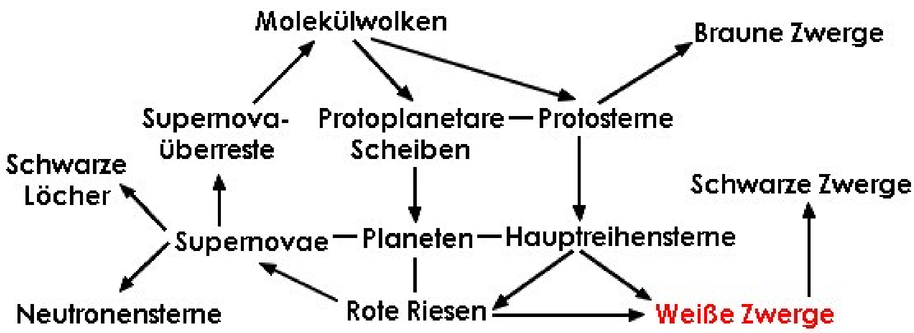
Materiekreislauf

Weiße Zwerge

Grundlagen aus dem ersten Semester:
08-Sternarten und Sternentwicklung (Seite 13)



Wenn ein Hauptreihenstern oder ein roter Riese die Kernfusion nicht mehr fortsetzen kann, fallen die zentralen Teile zu einem weißen Zwerg zusammen. Die äußeren Teile bilden eine Hülle um den weißen Zwerg, den sogenannten „Planetaren Nebel".

Der Zusammenfall des weißen Zwerges wird nur vom Entartungsdruck aufgehalten. Der Entartungsdruck entsteht dadurch, dass sich die Elektronen in den Atomen abstoßen und sie dadurch auseinandergehalten werden.

Erst bei einer Masse von mehr als $1,44 M_\odot$ (auch als Chandrasekhar-Grenzmasse bezeichnet) ist die Gravitation nach innen stärker, als der Entartungsdruck nach außen. Diese Masse besitzt der weiße Zwerg am Beginn seiner Entwicklung nie, weil der Hauptreihenstern oder der Rote Riese andernfalls die Kernfusion fortsetzen und erst viel später zu einem Neutronenstern oder zu einem schwarzen Loch kollidieren würde.

1 Supernova 1a

Wenn sich der Weiße Zwerg in einem Mehrfachsternsystem befindet, kann es passieren, dass er die Masse eines anderen Sterns des Systems anzieht. Diese Massenakkretion erkennt man daran, dass dabei ein Teilchenjet ausgelöst wird, der im Röntgenbereich leuchtet. Man bezeichnet diesen Effekt als superweiche Röntgenquelle.

Das interessante an der Massenakkretion ist, dass der weiße Zwerg dadurch doch noch in der Lage ist, die Chandrasekhar-Grenzmasse zu überschreiten. So kommt es zu einer gewaltigen Explosion, einer Supernova vom Typ 1a.

Dabei werden die Bestandteile des weißen Zwergs mit einer Geschwindigkeit von 10.000km/s ins umliegende interstellare Medium geschleudert und verteilen sich dort. Nach nur einer Sekunde bleibt nichts mehr vom weißen Zwerg über.

Bei dieser Explosion werden Energien von 10^{44} Joul frei, die in Form von Licht und Wärme abgegeben werden. Da die weißen Zwerge zur Zeit der Explosion immer gleich groß und gleich massereich sind, ist die Helligkeitsentwicklung (maximale Leuchtkraft, Helligkeitsabfall) dieser Explosion immer gleich groß. Deshalb können Supernovae vom Typ 1a auch als Standardkerze zur Entfernungsbestimmung verwendet werden.

Weil der weiße Zwerg schon das gesamte Wasserstoff zu Helium fusioniert hat, sind in einer Supernova vom Typ 1a keine Wasserstofflinien erkennbar. Stattdessen kann man viele Kohlenstofflinien beobachten.

2 Zwergnova

Auch eine Zwergnova kommt dadurch zustande, dass sich der weiße Zwerg in einem Mehrfachsternsystem befindet und dort Material von einem Begleiter akkretiert. Wenn es sich bei diesem Material um Wasserstoff handelt, hat der weiße Zwerg ausreichend Masse um es zu Helium zu fusionieren.

Genauso wie in Hauptreihensternen führt diese Kernfusion dazu, dass der weiße Zwerg heller, wärmer und größer wird. Innerhalb von 1 - 2 Tagen nimmt die Helligkeit um 7 - 20mag zu und der weiße Zwerg dehnt sich in den planetarischen Nebel hinein aus.

Oft kann die Gravitation des weißen Zwergs nicht das gesamte Material halten und es kommt zu Massenauswürfen. Dabei wird typischerweise Material von ungefähr $10^{-7}M_\odot$ mit einer Geschwindigkeit zwischen 500 und 3500km/s ins interstellare Medium geschleudert. Dabei wird eine kinetische Energie von ungefähr $10^{38}J$ frei.

Nach einigen Monaten geht der Wasserstoff zur Neige und der weiße Zwerg wird wieder so klein und leuchtschwach wie er vor der Zwergnova war. Die Akkretion von Wasserstoff aus seinem Begleitstern geht jedoch weiter, sodass sich nach einer Zeitdauer zwischen 100 und 10.000 Jahren die Zwergnova wiederholt.

Die berühmtesten Zwergnovae die wir beobachten, kommen bei den Sternen SS Cygni, U Geminoria und Z Camelopardalis vor.

3 Symbiotische Sterne

Auch bei symbiotischen Sternen handelt es sich um weiße Zwerge in Mehrfachsternsystemen (normalerweise in einem Doppelsternsystem mit einem roten Riesen). Dabei akkretiert der weiße Zwerg aber kein Material, das der Begleiter beim überschreiten der Rochegrenze verliert, sondern nur Sternwinde seines Begleiters. Ähnlich wie bei der normalen Massenakkretion, kann es auch dabei zu sich wiederholenden Novae, sogenannten „symbiotischen Novae“ kommen.

4 Chandrasekhar-Grenzmasse

Die Chandrasekhar-Grenzmasse ist dann überschritten, wenn die Gravitationskraft nach innen stärker als der Entartungsdruck nach außen ist.

$$F_{grav} > p_{Entartung} \tag{4.1}$$

Für die Gravitationskraft kann man das Newton'sche Gravitationsgesetz einsetzen:

$$F_{grav} = \frac{GM}{r^2} \tag{4.2}$$

Um den Entartungsdruck anzugeben, benötigt man zunächst einmal die De-Broglie-Wellenlänge: De-Broglie hat herausgefunden, dass nicht nur Photonen sowohl Wellen- als auch Teilcheneigenschaften besitzen, sondern dass das genauso für massebehaftete Teilchen wie Protonen, Neutronen und Elektronen gilt. Die De-Broglie-Wellenlänge ist die Wellenlänge eines massebehafteten Teilchens. Man kann diese ausrechnen, indem man das Planck'sche Wirkungsquantum ($6,7x10^{-27}ergs$) durch den Impuls des Teilchens dividiert

$$\lambda_{De-Broglie} = \frac{h}{p} \tag{4.3}$$

Um in dieser Formel den Impuls durch Masse und Energie auszudrücken, benötigt man die allgemeine Formel für die Energie

$$E = \frac{mv^2}{2} \tag{4.4}$$

Wenn man diesen Bruch oben und unten mit der Masse erweitert, erhält man

$$E = \frac{m^2v^2}{2m} \tag{4.5}$$

Oberhalb des Bruchstrichs steht jetzt die Formel für den Impuls zum Quadrat

$$E = \frac{p^2}{2m} \tag{4.6}$$

Umformen der Formel nach dem Impuls ergibt

$$p = \sqrt{2mE} \tag{4.7}$$

Diesen Impuls kann man in die Formel für die De-Broglie-Wellenlänge (4.3.) einsetzen.

$$\lambda_{De-Broglie} = \frac{h}{\sqrt{2mE}} \tag{4.8}$$

Die durchschnittliche Energie eines Teilchens kann man mit der Formel

$$E \sim \frac{3kT}{2} \tag{4.9}$$

nähern. Einsetzen dieser Näherung in 4.8. gibt

$$\lambda_{De-Broglie} \sim \frac{h}{\sqrt{3mkT}} \tag{4.10}$$

Mit dieser Formel kann man die De-Broglie-Wellenlänge in einem Körper mit einer Dichte von bis zu $640 \frac{g}{cm^3}$ berechnen, das entspricht der Dichte im Zentrum unserer Sonne.

Da weiße Zwerge deutlich dichter sind, ist diese Formel zu ungenau. In dem Fall gibt es zwei Formeln für die De-Broglie-Wellenlänge, je nachdem, wie die Teilchen verteilt sind.

Für Bosonen, also Teilchen deren Spin ein ganzzahliges Vielfaches von $\hbar$ beträgt, gilt die Bose-Einstein-Verteilung. Für Fermionen, also Teilchen deren Spin ein ungerades Vielfaches von $\frac{\hbar}{2}$ beträgt, gilt die Fermi-Dirac-Verteilung.

Wenn man den Entartungsdruck mit diesen Formeln herleitet, erhält man

$$P_{Entartung} = \sqrt[3]{\frac{9h^6 Z^5 \rho^5}{8000\pi^2 m_e^3 m_p^5 A^5}} \tag{4.11}$$

In dieser Formel steht Z für die Ladung der Atome, A für die Anzahl der Atome, m_p für die Protonenmasse, m_e für die Elektronenmasse, ρ für die Dichte und h für das Planck'sche Wirkungsquantum.

Da in einem weißen Zwerg das Gas meistens ionisiert ist, lautet die Formel für die Anzahldichte der Elektronen

$$n_e = \frac{Z\rho}{Am_p} \tag{4.12}$$

Damit lässt sich 4.11. kürzer darstellen

$$P_{Entartung} = \sqrt[3]{\frac{9h^6 n_e^5}{8000\pi^2 m_e^3}} \tag{4.13}$$

Eine andere mögliche Vereinfachung ist, dass man die Formel

$$\frac{Z}{A} = 0,5 \tag{4.14}$$

verwendet. Diese gilt für Stoffe wie Helium, Kohlenstoff und Sauerstoff, die in weißen Zwergen häufig vorkommen. Damit lässt sich 4.11. so darstellen

$$P_{Entartung} = \sqrt[3]{\frac{9h^6\rho^5}{250\pi^2 m_e^3 m_p^5}} \tag{4.15}$$

Da der weiße Zwerg so lang in sich zusammenfällt, bis der Entartungsdruck gleich groß wie die Gravitation ist, ist die mittlere Dichte des weißen Zwergs nur von seiner Masse und vom Radius abhängig.

$$\bar{\rho} = \frac{M}{R^3} \tag{4.16}$$

Einsetzen dieser Formel in 4.15 ergibt

$$P_{Entartung} = \sqrt[3]{\frac{9h^6 M^5}{250\pi^2 m_e^3 m_p^5 R^{15}}} \tag{4.17}$$

Alle Größen abgesehen von Masse und Radius sind Konstanten. Wenn man diese konstanten Größen zusammenfasst, erhält man

$$P_{Entartung} = C\sqrt[3]{\frac{M^5}{R^{15}}} \tag{4.18}$$

mit

$$C = \sqrt[3]{\frac{9h^6}{250\pi^2 m_e^3 m_p^5}} \tag{4.19}$$

Einsetzen von 4.2. und 4.18. in 4.1. ergibt

$$\frac{GM}{R^2} > C\sqrt[3]{\frac{M^5}{R^{15}}} \tag{4.20}$$

Diese Formel kann man nach der Masse umformen und erhält dabei

$$M > KR^3 \tag{4.21}$$

mit

$$K = \frac{G}{C^3} \tag{4.22}$$

Mit zunehmender Masse muss der Radius also immer kleiner und der weiße Zwerg immer dichter bleiben. Bei der Chandrasekhar-Grenzmasse geht es sich nicht mehr aus, dass diese Ungleichung erfüllt wird, und der weiße Zwerg explodiert als Supernova 1a.

Jetzt könnte man sich fragen, warum für Neutronensterne und schwarze Löcher die Chandrasekhar-Grenzmasse nicht gilt, schließlich werden sie auch nicht von Kernfusion auseinandergehalten. Das liegt daran, dass sie so dicht sind, dass sich die Elektronen fast mit Lichtgeschwindigkeit bewegen.

In diesem Fall kann man den ultrarelativistischen Grenzfall verwenden. Dabei ist schon die Herleitung des Entartungsdrucks anders und am Ende erhält man die Formel

$$P_{Entartung} = \sqrt[3]{\frac{3h^3c^3Z^4\rho^4}{32\pi m_p^4 A^4}} \tag{4.23}$$

Auch bei dieser Formel kann man die Vereinfachung mit der Elektronendichte

$$P_{Entartung} = \sqrt[3]{\frac{3h^3c^3n_e^4}{32\pi}} \tag{4.24}$$

oder die Vereinfachung mit den Elementen Helium, Kohlenstoff und Sauerstoff

$$P_{Entartung} = \sqrt[3]{\frac{3h^3c^3\rho^4}{2\pi m_p^4}} \tag{4.25}$$

anwenden. Analog zu vorher kann man die Dichte einsetzen

$$P_{Entartung} = \sqrt[3]{\frac{3h^3c^3R^4}{2\pi m_p^4 M^{12}}} \tag{4.26}$$

und für die weiteren Größen eine Konstante C definieren.

$$P_{Entartung} = C\sqrt[3]{\frac{R^4}{M^{12}}} \tag{4.27}$$

Einsetzen der Formeln 4.27. und 4.2. in 4.1. ergibt

$$\frac{GM}{R^2} > C\sqrt[3]{\frac{M^4}{R^{12}}} \tag{4.28}$$

Umformen der Formel nach der Masse ergibt

$$M > K\sqrt[6]{R} \tag{4.29}$$

Das heißt, dass der Radius mit zunehmender Masse sogar zunehmen und der Neutronenstern oder das schwarze Loch sogar weniger dicht werden dürften. Das passiert natürlich nicht und es gibt für Neutronensterne und schwarze Löcher keine Grenzmasse.